Моделирование сбора частиц из космического облака

В.А. Дементьев

Что выяснилось на семинаре 25.01.07 по проблеме Земля-Луна

Я согласен с Э.М Галимовым, автором гипотезы об одновременном возникновении системы Земля-Луна, что группа из Питера получила убедительный результат – найдены условия, когда трехмерное облако частиц распадается на два облака различного объема. Отсюда возникает возможность одновременной аккреции и возникновения системы Планета-Спутник. Это успех.

Я не согласен с Э.М Галимовым, что это основной результат данного этапа работы над доказательством гипотезы. Мы и так знаем, что в результате гравитационных неустойчивостей пылевое облако способно утратить начальную симметрию и распасться на несколько рукавов и облаков. Астрофизики это просто видят и, говорят, умеют моделировать.

Критическим результатом в пользу справедливости гипотезы должна быть полученная на модели тепловая история двух возникших облаков, большого и малого. Важно проследить всю тепловую историю системы и прийти к правдоподобному прогнозу конечного распределения химических элементов и их изотопов в двух образовавшихся космических телах. На семинаре прозвучала мысль, что такая модель может пригодиться при решении и других планетологических задач.

Вот в этом плане, как кажется, Питерская группа мешает сама себе в плане скорости получения этого критического результата. Тепловая история исследуемой системы имеет много важных аспектов. Хотелось бы прояснять эти аспекты с разумной скоростью, как во всяком вычислительном эксперименте. По мере возникновения вопросов к модели, в процессе развития самой модели. Однако Питерцы выбрали такую стратегию и тактику моделирования, которая привела к необходимости тратить 11 суток на каждый вычислительный эксперимент.

Основная помеха - это прослеживание полной механической истории каждой исходной частицы в системе.

На семинаре прозвучали предложения, которые могут привести к ускорению моделирования и, следовательно, к ускорению процесса убедительного превращения гипотезы в работоспособную теорию. В планетологическую, гео- и селенохимическую теорию. Предложение Дементьева сводилось к учету симметрийных свойств уже возникших облаков ПроПланета и ПроСпутник. Предложение Костицина сводилось к явному учету слипания частиц при неупругих ударах, что должно приводить к постоянному уменьшению мерности задачи в процессе моделирования механической и тепловой истории системы. В развитие этих предложений здесь представлена и частично проверена другая стратегия моделирования на одном из важных этапов истории системы. В следующих разделах изложены детали нового видения путей решения поставленной задачи. В некоторых разделах это видение доведено до аналитических выкладок и до вычислительных экспериментов, то есть уже выполнена некоторая проработка основных идей предложения.

Основная идея состоит в том, что каждое из двух возникших облаков обладает сферической симметрией и сохраняет эту симметрию в процессе образования плотных конечных тел. Учет симметрии всегда резко упрощает решение задачи и ускоряет вычисления. Дело в том, что частица, принадлежащая сферически симметричному облаку, не ощущает соседей *сбоку* и *сверху*. Только общую массу, которая в данный момент находится *снизу*. Это позволяет ускорить вычисления в тысячи раз и обойтись скромной техникой. Не обязательно использовать мощный суперкомпьютер и тратить его время сутками в одном вычислительном эксперименте. Все это потому, что в симметричной системе нет необходимости следить за взаимодействием индивидуальной частицы со всеми остальными частицами. Достаточно проследить ее взаимодействие с общей массой остального вещества системы. В симметричной системе характер движения частицы заранее известен, поэтому не нужно интегрировать сложные системы уравнений движения. Механическая часть подготовки модели к решению тепловой задачи сокращается во много тысяч раз. Тепловое же моделирование не требует большого вычислительного ресурса.

Учет симметрии позволяет очень естественно учесть слипание частиц. А это дает как прямой выход на тепловые расчеты, так и уменьшение мерности задачи.

Еще существенным преимуществом предлагаемого способа моделирования является возникновение в нем естественного масштаба исторического времени. Само движение частицы в симметричной системе создает непрерывно идущие механические часы. При этом реалистичная параметризация модели дает правильный ход модельных часов. Это позволяет сразу привязать результаты расчетов к реальному космологическому времени.

Также есть возможность учесть реалистические размеры частиц в исходном облаке. Наверное, это тоже важно для прослеживания тепловой истории системы.

Итак, в развитие дискуссии на семинаре предлагается другая схема моделирования одного из этапов развития системы в рамках гипотезы Э.М. Галимова. Не следует заменять Питерскую схему в процессе работы над Программой № 18 Президиума РАН. А целесообразно присмотреться к основной идее о возможности ускорения вычислительных экспериментов в процессе решения планетологических задач такого типа. Может быть, ею можно будет воспользоваться для решения каких-то частных задач, в процессе продвижения Питерской группы с их моделью. Если эта идея покажется интересной, то остальные разделы статьи помогут любому специалисту проверить правильность и эффективность предлагаемых методов моделирования. Удачно, что в дальнейшем изложении не пришлось выходить за рамки образованности студента первого курса любого технического вуза. Для проверки правильности выводов приведены именно на таком уровне подробные выводы всех формул, полученных на основе простых физических соображений.

В заключении еще раз осмотрены преимущества и особенности предлагаемой модели. Там обсуждаются некоторые конкретные результаты, полученные из аналитической и вычислительной проработки данного предложения. Это позволяет предметно судить об основательности предложения без углубленного чтения остальных разделов данной статьи.

Постановка задачи моделирования

Эта модель вступает в игру, когда большое неустойчивое облако частиц разделилось на два облака. Облака вращаются вокруг общего центра масс под действием гравитационных сил взаимного притяжения.

Внутри каждого из облаков частицы ведут себя, как в космическом корабле, то есть, находятся в невесомости. Это позволяет нам теперь заняться каждым облаком в отдельности.

Если облако имеет момент импульса, то каждая частица под действием гравитации этого облака находится в состоянии двух движений – вращения вокруг центра облака и падения на центр.

Перейдем в неинерциальную систему координат, связанную с вращением облака как целого. Тогда частица не вращается, но для нее гравитация ослаблена: $g_{\text{эффективное}} = g_{\text{инерциальное}} - a_{\text{центростремительное}}$. Если не учитывать сил Кориолиса, то в неинерциальной системе можно заниматься только анализом движений частиц в поле $g_{\text{эффективное}}(r)$, где r – расстояние частицы от центра масс облака. А такими движениями могут быть только падения на центр. Дальше покажем, что эти движения в условиях облака представляют собой обычные гармонические колебания вокруг центра масс. Про эти движения мы всё знаем. Останется только учесть случайные неупругие столкновения частиц и соответствующие изменения их скоростей и масс. Тем самым механическая задача резко упрощается.

При неупругих столкновениях сохраняются импульс и энергия двух частиц. Сохранение импульса ведет к уменьшению скорости результирующей слипшейся частицы. В системе двух частиц уменьшается кинетическая энергия. Выделившаяся механическая энергия идет на повышение внутренней энергии новой частицы. Происходит нагревание. Вся эта маленькая задача о неупругом столкновении двух частиц давно решена. Если космохимики дадут нам реальные плотности и теплоемкости частиц, то увеличение температуры новой частицы мы легко найдем. Тем самым и часть тепловой задачи резко упрощается.

Дальше несколько сложнее. При резком скачке температуры часть вещества новой частицы испарится. Как интенсивность испарения химических элементов и их изотопов связана с температурой, с размером частицы, с площадью ее поверхности? Пусть это скажут космо-, гео- и селенохимики. А модель для количественных расчетов построить несложно. Важно, что начальные данные о температуре легко получаются из простой модели и из простых расчетов. Тем самым, мы быстро и просто попадаем в центр проблемы о потерях химических элементов и их изотопов в процессе гравитационного коллапса облака.

Горячая частица теряет энергию не только на испарение, но и на излучение. Это легко учесть на основе закона Стефана-Больцмана.

Испарившееся вещество заполняет облако, частично утекая за его пределы. Интенсивность утекания можно оценить на основе распределения Больцмана. Так распределена масса газа за пределами облака. Вся испарившаяся масса минус масса за пределами облака (интеграл от поверхности облака до бесконечности) дадут массу и плотность газа в пределах облака. Это даст возможность учесть силу трения, которую будут испытывать осциллирующие в облаке частицы. Решение задачи о колебаниях частицы в гармонической потенциальной яме с учетом вязкого трения известно. Из этого решения нам понадобится декремент затухания колебаний, а через него мы найдем уменьшение скорости частицы за время ее колебаний перед столкновением. Тогда не потребуется явно учитывать ослабление гравитационной силы за счет истечения вещества из облака. Еще одно серьезное упрощение задачи.

Из всего изложенного следует план решения всей задачи о коллапсе облака-родителя планеты или спутника. Заодно естественно присоединяется и решается динамическая задача об изменении химического и изотопного состава нарождающейся Планеты (Спутника).

План довольно простой. И видно, что он не требует таких больших вычислительных мощностей, как Питерский план. По данному плану не нужно решать задачу о Ньютоновских траекториях всех частиц под действием всех остальных индивидуальных частиц. Об этом на совещании 25.01.07 говорил Дементьев. По данному плану не надо следить за первоначальной частицей, если она при столкновении слиплась с другой частицей. Число частиц уменьшилось на единицу, размер частицы изменился, тепловые свойства изменились. Но за одной такой частицей легче следить в дальнейшем, чем за множеством частиц в нарождающемся ядре Планеты (Спутника). Об этом на совещании 25.01.07 говорил Костицин.

Кроме упрощения модели и снижения объема вычислений, предлагаемый план обеспечивает более реалистичное моделирование динамики механических процессов коллапса облака. И, что важнее, более реалистичное моделирование динамики изменения химического и изотопного состава нарождающейся Планеты (Спутника).

Особенности моделирования отдельных частей задачи

Модель облака частиц на ранних стадиях коллапса

Пусть для определенности мы рассматриваем облако ПроПланета (ПП). Облако ПроСпутник (ПС) будет отличаться только малой массой и меньшими начальными размерами. Возможно, еще иной начальной угловой скоростью вращения, то есть иным значением эффективной гравитационной постоянной $G_э$.

Вращение ПП не рассматриваем, поместившись в неинерциальную систему декартовых координат, связанную с вращением облака как целого. Символом G будем обозначать величину эффективной гравитационной постоянной. Если ПП имеет очень малый начальный момент импульса, то этот же символ будет означать величину универсальной гравитационной постоянной.

Всю массу ПП распределим по N частицам одинакового размера и одинаковых начальных свойств. Свойства всех частиц одинаковы только в начальном состоянии ПП. При соударениях и слипании частиц их свойства будут меняться в историческом времени. Все частицы распределим приблизительно равномерно в объеме сферы с начальным радиусом R_1.

Сразу учтем, что это распределение является динамическим, а не статическим. Все частицы обладают разными начальными скоростями, но при этом не имеют возможности выйти за пределы сферы. Такая модель реализуется очень просто и естественно. Вот так.

В начальном состоянии радиус сферы R_1 велик, и облако очень прозрачно. Частицы падают на центр, каждая по какому-то случайному своему диаметру. Будем считать, что фазы таких движений у всех частиц случайны. Тогда какая-то конкретная частица движется в сфере, равномерно заполненной массой M. На поверхности сферы частица имеет начальную скорость $\upsilon_0 = 0$. Под действием силы тяжести частица ускоряется, пролетает центр масс и выскакивает на поверхность сферы в гости к Антиподам. Затем всё движение обращается, и частица возвращается на место. Закон движения частицы находится из соображений, основанных на теореме Остроградского-Гаусса, о чем говорилось на совещании 25.01.07. Рассмотрим решение этой задачи, которую умеет решать студент-первокурсник.

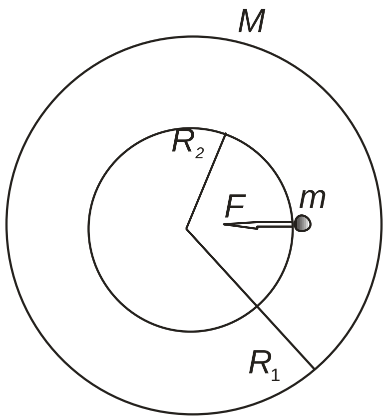

Рис.1. Частица массы m движется в сфере радиуса R_1, заполненной газом массой M.

Пусть частица находится в точке с радиусом $r = R_2$. На нее действует центральная сила гравитации со стороны сферы радиуса R_2. По теореме Остроградского-Гаусса частица не испытывает действия со стороны масс в слое от R_2 до R_1.

Плотность вещества в полной сфере $d = M/(4/3\pi R_1^3)$. Масса вещества во внутренней сфере $M_2 = d4/3\pi R_2^3$. На частицу действует сила

$$F = GmM_2/R_2^2 = GmM\,R_2/\,R_1^3 = (GmM\,/\,R_1^3)\,r\,. \qquad (1)$$

По второму закону Ньютона ускорение частицы

$$\mathrm{a} = F/m = (GM\,/\,R_1^3)\,r\,.$$

Проведем ось x от центра сферы в сторону частицы. Тогда дифференциальное уравнение для частицы запишется как

$$d^2x/dt^2 = -\,(GM\,/\,R_1^3)\,x. \qquad (2)$$

Решение этого уравнения хорошо известно:

$$x = A\sin(\omega t + \alpha), \qquad (3)$$

где

$$\omega^2 = GM\,/\,R_1^3. \qquad (3a)$$

Следовательно, частица будет совершать гармонические колебания вдоль оси x (по диаметру сферы). Скорость частицы будет меняться по закону

$$\upsilon = A\omega\cos(\omega t + \alpha), \qquad (4)$$

причем максимальная скорость в центре сферы

$$\upsilon_{\max} = A\omega. \qquad (5)$$

Отсюда видно, что начальное облако ПП полностью определяется массой и скоростями частиц, если скорости считать одинаковыми (средними). Или всё состояние ПП определяется размерами однородного начального облака. Это $A = R_1$. Энергия ПП есть сумма максимальных кинетических энергий всех частиц.

$$E_{\text{ПП}0} = ½M\,\upsilon_{\max}^2.$$

Динамику всего облака, всех частиц будем моделировать равномерным пространственным распределением диаметров, по которым движутся частицы, а также случайным распределением фаз α в индивидуальных законах движения каждой частицы. В каждый момент времени частицы будут находиться в разных точках объема сферы, обладая там разными скоростями. В то же время для любого момента времени мы будем располагать точной информацией о состоянии каждой частицы. Получится смесь случайности и определенности. Положения частиц случайны, раз заданы случайные начальные фазы α, а траектории детерминированы. Похоже, что такое представление вполне адекватно Природе.

От размеров частиц поведение модели на раннем этапе не зависит.

Что в модели будет происходить дальше?

Двигаясь по различным диаметрам, частицы имеют возможность сближаться и сталкиваться. В основном, это будет происходить в самом центре сферы. Зная траектории всех частиц, мы можем следить за расстояниями между частицами, движущимися вблизи центра сферы. Это еще одно облегчение и упрощение – не надо следить за всеми парами расстояний. Зная размеры частиц, мы можем построить критерий столкновения. Две столкнувшиеся частицы дадут новую частицу с новой скоростью, с новым размером и суммарной массой. Зная новую скорость частицы, поместим ее на диаметр одной из столкнувшихся частиц и определим закон ее дальнейшего движения. Частота колебаний этой частицы останется прежней, пока большинство частиц избежали столкновений. Это видно из (3а), где размер ПП R_1 из-за одного или нескольких столкновений частиц не может заметно измениться. Значит, из (5) мы определим новую амплитуду движения частицы. Она станет меньше R_1.

Итак, по мере накопления слипшихся частиц, в облаке будет формироваться внутренняя сфера, где движутся более медленные частицы. Они же более крупные и более массивные. Они же более горячие. В дальнейшем только этими частицами надо интересоваться в плане тепловых явлений. Опять облегчение и упрощение вычислений. Оставшиеся частицы будут продолжать колебательные движения через центр ПП, пока ядро ПП не станет крупным и сплошным. Тогда надо перейти к модели нового этапа.

Модель облака частиц на промежуточных стадиях коллапса

Модель стала дифференцированной в пространственном отношении.

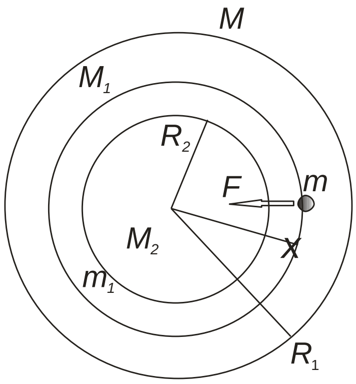

Рис. 2. В облаке ПП выделилась внутренняя прозрачная для движений сфера радиуса R_2, в которой летают более медленные частицы. Они более крупные и более массивные. В слое между R_2 и R_1 находятся частицы с первоначальными свойствами. Их стало меньше. Они по-прежнему летают через центр системы, но закон их движения теперь может быть более сложным.

Возникает вопрос, изменятся ли законы движения частиц. С частицами, живущими в сфере R_2, все ясно. Они будут колебаться по гармоническому закону

$$x = A_2\sin(\omega_2 t + \alpha), \qquad (6)$$

где

$$\omega_2^2 = GM / R_2^3. \qquad (6а)$$

Это следует из теоремы Остроградского-Гаусса – внешняя часть системы не влияет на движение этих частиц. Надо только теперь учесть, что $R_2 = A_2$.

. Закон движения частицы из слоя между R_2 и R_1 изменится. Надо выяснить, насколько. Можно ли аппроксимировать его гармоническими колебаниями, или придется искать точное решение.

Найдем это точное решение. Затем его проанализируем.

Обозначим через M_2 массу внутренней сферы и через M_1 массу внешнего слоя системы. Пусть $M_2 = k_m M$, $M_1 = (1 - k_m)M$, $M_2 + M_1 = M$.

Во внешнем слое частица движется в согласии с дифференциальным уравнением

$$d^2x/dt^2 = -(G/ x^2)\,(M_2 + m_1),$$

где m_1 – масса слоя между R_2 и текущей координатой частицы x. Вычислив m_1, получим

$$d^2x/dt^2 = -(GM / x^2)\,(k_m + (1 - k_m)(x^3 - R_2^3) / (R_1^3 - R_2^3)) . \qquad (7)$$

По сравнению с (2) уравнение усложнилось. Анализ его решения проведен с помощью специально написанной программы численного интегрирования ОДУ (обыкновенные дифференциальные уравнения). Качественный анализ графика $x(t)$ показал, что характер движения частицы, принадлежащей внешнему слою, очень близок к гармоническому. Однако частота колебаний увеличивается. Соответственно увеличивается максимальная скорость частицы. Следовательно, с течением исторического времени мы ожидаем ускорения испарения вещества при столкновении частиц.

Количественный анализ выполнен в нескольких численных экспериментах. Для контроля правильности вычислений программа сначала просчитала случай, когда ПП получил параметры, соответствующие Земле, но с однородным распределением массы. Получилось, что частица, опущенная в сквозной колодец, снова поднимется на исходную позицию через Т = 5000 с. Скорость в центре ПП υ_{max} = 8000 м/с. Это соответствует первой космической скорости, как и должно быть.

Затем был просчитан вариант с $M_2 = 0.1M$, $R_2 = 0.1\ R_1$. Это соответствует очень маленькому и очень плотному ядру. Его плотность в 100 раз больше плотности основного объема системы. Получили υ_{max} = 15000 м/с. Физически это понятно. Частица очень долго разгонялась к центральному маленькому телу. И разогналась.

Следующий вариант был посчитан с $M_2 = 0.5M$, $R_2 = 0.5R_1$. Это соответствует плотному ядру. Его плотность в 8 раз больше плотности основного объема системы. Получили υ_{max} = 12000 м/с.

Видно, что модель и программа ведут себя разумно. Если консультации с геохимиками подтвердят правильность такого впечатления, то можно будет пользоваться точным решением механической задачи, обобщив его на случай возникновения в ПП нескольких слоев частиц с разными максимальными скоростями. Но ради упрощения задачи можно пользоваться приближенной моделью гармонических колебаний, о которой сказано выше. Пусть разные сорта слипшихся частиц движутся гармонически, каждый сорт в своей сфере. Тогда и влияние трения можно будет учесть сравнительно просто.

Картина движения частиц в модели

Введем N диаметров, по которым движутся частицы, совершая колебания в ПП. Направляющие единичные векторы $\boldsymbol{e}$ этих диаметров распределим равномерно в пространстве. Для этого сначала создадим равномерную сетку в сферической системе координат с $r = 1$, а затем перейдем к декартовой системе координат, где запишем декартовы проекции векторов $\boldsymbol{e}$.

В сферических координатах долгота описывается углом $-\pi < \varphi \leq \pi$. Широта описывается углом $0 \leq \theta \leq \pi$. Нам нужны единичные векторы $\boldsymbol{e}$ такие, чтобы каждый был направлен только в одну сторону своего диаметра. Поэтому мы возьмем половину координатной сферы: $0 \leq \varphi \leq \pi$, $0 \leq \theta \leq \pi$. Построим сетку, разделив углы φ и θ на $\sqrt{N}$ частей каждый. Затем координаты каждой точки преобразуем в декартовы координаты по формулам

$$x = \sin\theta\cos\varphi, \quad y = \sin\theta\sin\varphi, \quad z = \cos\theta.$$

Это и будут декартовы проекции направляющих векторов всех N диаметров. Радиус-вектор частицы будет изменяться по закону

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{e}A\sin(\omega t + \alpha). \tag{8}$$

Построим одномерную сетку начальных фаз α. Сетка должна быть очень мелкой, чтобы частицы равномерно заполняли пространство облака ПП. Каждой частице будем приписывать случайную начальную фазу, выбирая ее из сетки с помощью генератора случайных чисел. Тогда совокупность всех частиц, движущихся каждая по своему закону (8) с индивидуальными $\boldsymbol{e}$ и α, дадут приблизительно равномерную плотность заполнения облака ПП веществом.

Это утверждение подлежало проверке в численном эксперименте. Была создана модель из 900 частиц, составлявших облако ПП с параметрами Земли, но с частицами, свободно двигавшимися без столкновений по законам (8). Эксперимент показал, что за время, равное периоду колебаний, центр масс системы сдвигался не более, чем на 180 км. Среднее отклонение за период составило 1.3 км, а стандартное отклонение от среднего 130 км. Только в этом и выразились погрешности моделирования. Кажется, что это допустимо. А с увеличением числа частиц в модели все эти отклонения будут уменьшаться.

Известны способы закрепить центр масс системы при движении всех частиц, но не следует усложнять модель. Тем более что, как выясняется дальше, нет необходимости следить за движениями всех частиц в течение всего периода колебаний. И вот почему.

В модели прозрачного облака ПП частицы, движущиеся по различным диаметрам, имеют шанс столкнуться только в центре облака. И только такие пары частиц, которые одновременно проходят через центр. То есть такие, у которых начальные фазы одинаковы. Конечно, для материальных точек вероятность столкновения всегда равна нулю. Но, поскольку частицы имеют конечные размеры, критерий столкновения можно связать с этими размерами. Две частицы зацепят друг друга в районе центра масс системы, если разность их координат меньше суммы их радиусов $r = r_1 + r_2$.

Примем для простоты, что две частицы движутся по одному и тому же диаметру вдоль координаты x. Тогда из (8) разность их координат равна

$$\Delta x = A \ \sin\omega t - \sin(\omega t + \Delta\alpha) \ = 2A\cos\left(\frac{2\omega t + \Delta\alpha}{2}\right)\sin\frac{\Delta\alpha}{2}. \tag{9}$$

Учтем, что нас интересуют малые величины $\Delta\alpha$. Тогда получим, что по порядку величины

$$\Delta\alpha = \frac{r}{A}. \tag{10}$$

Следовательно, все не такие уж сложные вычисления можно заменить совсем простой вычислительной схемой. Задаем шкалу исторического времени с шагом, равным периоду колебаний частицы. Строим модель из N одинаковых частиц, имея в виду, что каждая из них будет двигаться по закону (8). Не следим за их движениями, но просматриваем характеристики частиц и выясняем, в каких парах случайные начальные фазы отличаются не более, чем на $\Delta\alpha$ по критерию (10). В разных парах частицы не должны повторяться. Для каждой пары устраиваем неупругое столкновение в центре системы, то есть столкновение с максимальными скоростями. Одну из частиц убираем, вторую заменяем слипшейся частицей, приписывая ей результирующую скорость. Через эту скорость определяется амплитуда колебаний частицы с помощью (5). Приписываем новой частице случайную начальную фазу, выбирая ее из сетки с помощью генератора случайных чисел. Перебрав таким образом все отобранные пары, переходим к следующему временному шагу. Там мы встретимся с обновленным списком частиц, но схема расчетов на следующем шаге ничем не будет отличаться, пока в центре системы не накопится очень много медленных частиц.

Эти рассуждения были проверены на модели из 900 одинаковых частиц, составивших облако ПП с параметрами Земли. Несколько раз запускалась программа формирования облака частиц со случайными начальными фазами, и каждый раз выполнялся поиск пар частиц, испытывающих столкновение. Число отобранных пар при каждом запуске получалось различным. В среднем отбиралось по 45 пар. Таким образом, процесс слипания частиц оказался не таким уж быстрым. Это обнадеживает. Время счета при каждом запуске программы составило на персональном компьютере 4 с. Наверное, это быстрее, чем в Питере?

Картина слипания и разогрева частиц

Это совсем просто. Две сталкивающихся частицы имеют массы m_1 и m_2, скорости $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$. Масса новой частицы $m = m_1 + m_2$, Скорость новой частицы $\boldsymbol{v}$ определяется из закона сохранения импульса

$$m\boldsymbol{v} = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2, \tag{11}$$

Векторы скоростей определяются как $\boldsymbol{e}v$. Обе эти величины хранятся в текущем описании каждой частицы. Следовательно, вычисление скорости новой частицы не составляет труда для программы.

Скорость v при неупругом столкновении всегда меньше v_1 и v_2. Поэтому изменение кинетической энергии этой пары частиц составит

$$\Delta E = \tfrac{1}{2}\ m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - m v^2\ .$$

Выделившаяся энергия пойдет на нагрев новой частицы. У нее случится мгновенный скачок температуры

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{mc}, \tag{12}$$

где c – теплоемкость вещества.

Что делать с величиной скачка температур, полученной из (12), будут решать геохимики. Ясно, что, добавив в модель знания о химическом составе вещества, можно найти количество испарившегося материала за один исторический шаг. Далее надо суммировать потери энергии на испарение и на излучение. Отсюда получим температуру частицы на каждом шаге, пока она не испытает следующего столкновения. Возможно, проще усреднить тепловые процессы по всем новым частицам на каждом шаге, чем следить за каждой новой частицей. Но это уже вопрос к специалистам.

Замечание о масштабировании модели

Из приведенных рассуждений выясняется благоприятная особенность предложенной модели в плане масштабирования. Этим модель резко отличается от Питерской, для которой приходится ставить громоздкие эксперименты по выяснению ее масштабируемости. Похоже, что для предлагаемой модели вопрос о масштабирумости решается чисто теоретическим путем.

Построим реалистичную модель облака ПП. Начальные размер системы, масса системы, размеры и массы пылевых частиц, количество частиц (10^{23}, как было сказано на совещании) пусть соответствуют Природе. Все 10^{23} частиц не мешают одной частице двигаться в прозрачном облаке по закону (8) под влиянием суммарной массы всей системы. Разве что эта частица случайно столкнется с другой частицей в центре облака. Нам надо знать число таких столкновений во всей системе за один период колебаний такой частицы. Мы легко это узнаем, пользуясь описанной выше техникой. Для этого возьмем не все 10^{23} частиц, а какое-то небольшое число N. Вычислим по описанной выше методике число столкновений в этом подмножестве частиц, живущих в равномерно распределенном облаке остальных частиц. Найдем механические и тепловые параметры образовавшихся при столкновении новых частиц. А дальше распространим полученные результаты пропорционально на всю реальную систему. Вот и всё масштабирование.

Остается неясным один вопрос. Каким должно быть число N? Это можно выяснить с помощью несложного вычислительного эксперимента в рамках той же самой модели. Будем увеличивать число N до тех пор, пока облако из N частиц перестанет сильно флуктуировать по плотности за период колебаний частицы. Дальше и будем пользоваться такой выборкой из всей массы частиц, перенося получаемые результаты на всю реальную космическую систему.

Заключение. Что видно из этой модели уже сейчас

В начале процесса размер облака велик, а скорости частиц сравнительно малы. Столкновения редки, скачки температур не так велики. Со временем скорости увеличиваются, периоды колебаний уменьшаются, все процессы идут быстрее и интенсивнее. В реальной действительности это так?

Теперь о сравнении предлагаемой схемы моделирования с Питерской схемой.

1. Обе схемы для своей реализации требуют одинаковых исходных данных. И одинаковых наставлений со стороны планетохимиков. Одинаковой придирчивости к конечным результатам вычислительных экспериментов.
2. Питерская схема привлекательна тем, что весь процесс просматривается в одном вычислительном эксперименте. Моя схема вступает в игру на втором этапе развития системы (после формирования двух раздельных облаков). Она требует остановок вычислений и пересмотра состояния модели в процессе образования дифференцированных слоев вещества. Впрочем, и Питерцы меняют схему, когда образовалась твердая Планета (Спутник).

3. В Питерской схеме нет крупных частиц и тел на всех этапах развития системы вплоть до возникновения огромного сгустка вещества. Есть только сгустки индивидуальных частиц. В моей схеме частицы непрерывно укрупняются в естественном развитии системы. Это позволяет более реалистично моделировать тепловые процессы на разных этапах жизни системы. Также естественно определяется момент, когда надо переходить от модели прозрачного облака к модели сбора пыли возникшим сплошным ядром Планеты (Спутника).

4. Питерская схема требует рекордных вычислительных мощностей и сильно замедляет процесс получения ответов на вопросы к модели. Моя схема работает в тысячи раз быстрее.

5. Питерская схема следит за всеми Ньютоновскими траекториями всех частиц путем непрерывного решения систем дифференциальных уравнений. Принятая там методика решения этих уравнений очень проста в вычислительном плане, что приводит к неизбежному накоплению ошибок. В моей схеме траектории частиц заранее известны в аналитическом виде. Меняются только параметры этих траекторий на разных этапах развития системы. Тут нет места накоплению вычислительных погрешностей. Тем более, что вообще нет необходимости прослеживать целиком траекторию частицы в вычислениях. Мы заранее знаем, где на этой траектории частица столкнется с другой частицей. И переходим сразу к тепловым явлениям на каждом временном шаге развития процесса. Погрешности моделирования, конечно, неизбежны, но их можно оценивать и элиминировать в процесса самого компьютерного эксперимента.

6. Предложенная система легко и естественно масштабируется. Из всей реальной массы частиц для вычислений берется очень немногочисленное подмножество частиц для выполнения расчетов, результаты которых затем переносятся пропорционально на всю систему. В Питерской модели приходится ставить громоздкие эксперименты для выяснения возможности масштабирования.

7. В Питерской модели нет места случайностям, за исключением случайного распределения частиц в исходном облаке. В моей схеме случайности естественно входят в любой этап вычислений, что адекватно природным процессам. Поэтому конечные результаты совершенно не зависят от начальных условий. И видно, как модель забывает свою уже состоявшуюся историю. Так и бывает в Природе, которая мешает нам точно прогнозировать события назад во времени. Тем самым Она и ставит задачи перед Американцами и перед Э.М. Галимовым – догадайтесь: как это было?

Спасибо за внимание.